

Probeklausur
in
Informatik III

Name :

Matrikelnummer :

Studiengang :

Punkteverteilung (bitte freilassen!)

Aufgabe 1		von 20
Aufgabe 2		von 20
Aufgabe 3		von 20
Aufgabe 4		von 20
Aufgabe 5		von 20
Aufgabe 6		von 20
Summe		von 120

Note:

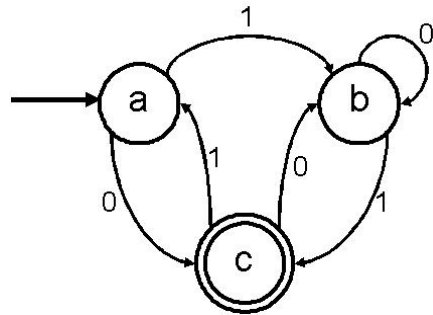
Die Klausur besteht aus 6 Aufgaben und 16 Seiten. Insgesamt können 120 Punkte erreicht werden. Bitte schreiben Sie auf jedes Blatt Ihre Matrikelnummer.

Zugelassene Hilfsmittel: Ein beidseitig und in eigener Handschrift beschriebener Zettel in der Grösse DIN A4. Weitere Hilfsmittel, insbesondere technische, sind nicht zugelassen!

Schreiben Sie Ihre Lösung bitte in die vorgesehenen Platzhalter. Sollte der Platz nicht ausreichen, erhalten Sie auf Anfrage weiteres Papier.

Aufgabe 1

Betrachten Sie den DFA A :

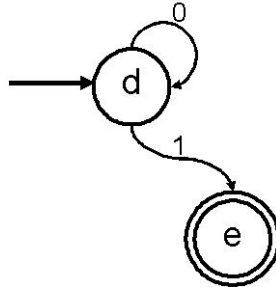


- (a) Berechnen Sie einen regulären Ausdruck, der $L(A)$ beschreibt, indem Sie A in einen $GNFA$ mit genau zwei Zuständen umformen. Geben Sie dabei Zwischenschritte an, um Teilpunkte zu erhalten.

Matrikelnummer:



(b) Betrachten Sie zusätzlich den folgenden NFA B :



Erzeugen Sie einen *DFA*, der die Sprache $L = \{w \mid w \in L(A) \wedge w \in L(B)\}$ beschreibt.

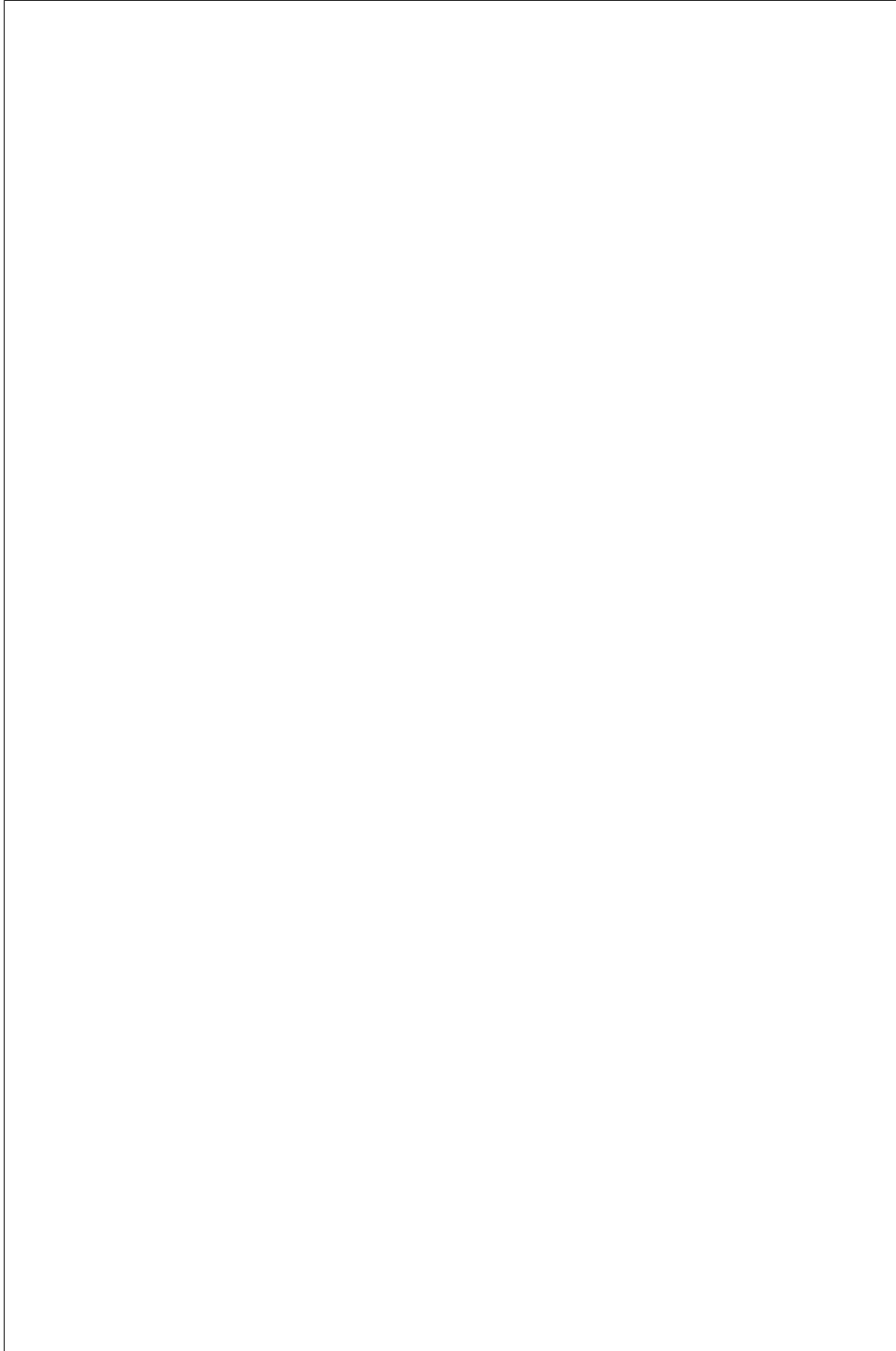
Matrikelnummer: _____

Aufgabe 2

Geben Sie zu den folgenden Sprachen an, ob sie regulär oder kontextfrei sind. Beweisen Sie Ihre Aussage!


(a) $L = \{\#^p \mid p \text{ ist eine Primzahl}\}$

(b) $L = \{wxw \mid w, x \in (a \cup b)^*\}$



Matrikelnummer: _____

(c) $L = \{a^n b^m a^{nm} \mid n, m \in \mathbb{N}\}$



Aufgabe 3

Seien $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ und $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ wie folgt definiert:

$$f(\langle M \rangle) = \begin{cases} \text{time}_M(\langle M \rangle) & \text{falls } M(\langle M \rangle) \text{ h\u00e4lt} \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$$
$$g(\langle M \rangle) = \begin{cases} 1 & \text{falls } \text{time}_M(\langle M \rangle) \leq |\langle M \rangle| \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Hierbei ist $\text{time}_M(x)$ die Laufzeit der Turing-Maschine M auf Eingabe x .

Zeigen oder widerlegen Sie:

- (a) f ist berechenbar.
- (b) g ist berechenbar.
- (c) $g \cdot f$ ist berechenbar.

Matrikelnummer:



Aufgabe 4

Welche der folgenden Aussagen sind korrekt? Beweisen Sie ihre Behauptungen!

(a) $A_{\text{TM}} \leq_m \text{HALT}_{\text{TM}}$

(b) $\text{HALT}_{\text{TM}} \leq_m A_{\text{TM}}$

Für Aussagen die korrekt sind, dürfen Sie hier auch nur eine entsprechende Reduktion (ohne Beweis) angeben.

Matrikelnummer:



Aufgabe 5

Betrachten Sie das Spiel *Ziel* für zwei Spieler: Begonnen wird mit einer natürlichen Zahl x . Dann addieren zwei Spieler abwechselnd Zahlen aus $\{1, \dots, 10\}$ hinzu, bis die Gesamtsumme m erreicht wird. Derjenige Spieler, der es schafft die Summe auf m zu bringen, gewinnt.

$Ziel := \{ \langle x, m \rangle \mid x < m \text{ und mit } x \text{ als Startzahl und } m \text{ als Zielsumme kann der Startspieler seinen Sieg erzwingen} \}$

- (a) Betrachten Sie das Spiel *Ziel* für $\langle 5, 20 \rangle$. Was für eine Zahl muss der erste Spieler wählen um zu gewinnen? Begründen Sie das anhand des relevanten Teils des Spielbaums.
- (b) Betrachten Sie nun $\langle x, 60 \rangle$. Bei welchen Zwischensummen $x \in \{1, \dots, 59\}$ hat der Spieler, der gerade am Zug ist, keine Chance das Spiel für sich zu entscheiden (perfektes Spiel des Gegners vorausgesetzt)? Begründen Sie Ihre Aussage!
- (c) Begründen Sie, warum $Ziel \in \mathcal{P}$ ist.

Matrikelnummer:



Aufgabe 6

Zur Erinnerung: Eine Knotenüberdeckung eines ungerichteten Graphs G ist eine Teilmenge seiner Knoten, so dass jede Kante von einem dieser Knoten berührt wird. Betrachten Sie die beiden Sprachen.

VERTEX-COVER = $\{(G, k) \mid G \text{ ist ein ungerichteter Graph mit einer } k\text{-Knotenüberdeckung}\}$

SET-COVER = $\{(M, k) \mid M \text{ ist eine Menge von Mengen, für die eine höchstens } k\text{-elementige Teilmenge } X \subseteq M \text{ existiert, so dass } \bigcup_{U \subseteq X} U = \bigcup_{V \subseteq M} V \text{ gilt.}\}$

- (a) Zeigen Sie, dass SET-COVER in NP liegt.
- (b) Zeigen Sie, dass SET-COVER NP-vollständig ist.

Matrikelnummer:

