Christian Schindelhauer

Freiburg, den 28. Dezember 2006
Besprechung ab dem 8. Januar 2007

# Übungen zur Vorlesung
# **Informatik-III**
## Winter 2006/2007
## Blatt 9

**AUFGABE 30:**
Betrachten Sie die fünf Wachstumsklassen $o(2^n)$, $\mathcal{O}(2^n)$, $\Theta(2^n)$, $\omega(2^n)$ und $\Omega(2^n)$.
In welchen dieser Wachstumsklassen liegt $2^{\frac{n}{2}}$, in welchen nicht? Beweisen Sie ihre Behauptungen.

**AUFGABE 31:**
Welche der folgenden Gleichungen sind korrekt? Beweisen Sie Ihre Antworten.

1. $2n \in \Theta(n)$
2. $n^2 \in O(n \log^2(n))$
3. $n \log(n) \in \omega(n^2)$
4. $3^n \in 2^{O(n)}$
5. $n \in \Omega(2^{\log^2(n)})$
6. $n! \in 2^{O(n)}$

**AUFGABE 32:**
Zeigen Sie, dass alle regulären Sprachen in TIME$(n)$ liegen.

**AUFGABE 33:**
Zeigen Sie, dass mit $L_1, L_2$ auch die Sprachen $L_1 \cup L_2$ und $L_1 \circ L_2$ in $NP$ liegen. Hierbei ist

$$L_1 \circ L_2 := \{uv \mid u \in L_1 \text{ und } v \in L_2\} .$$

**AUFGABE 34:**
Zeigen Sie, dass die folgende Sprache in P liegt.

$$\text{Engpass} := \left\{ \langle G \rangle \middle| \begin{array}{l} G = (V, E) \text{ ist ein ungerichteter, zusammenhängender} \\ \text{Graph mit mindestens einem Engpass} \end{array} \right\}$$

Dabei heisst ein Knoten $v \in V$ in einem ungerichteten Graphen $G$ Engpass, falls der Graph, der aus $G$ nach Entfernen von $v$ und aller an $v$ anliegenden Kanten entsteht, nicht mehr zusammenhängend ist.

**AUFGABE 35:**
Sei $\mathcal{F}$ eine Menge von Teilmengen einer endlichen Menge $U$, d.h., $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(U)$. Wir sagen, dass $\mathcal{F}$ eine $k$-Überdeckung von $U$ enthält, wenn $\mathcal{F}$ Teilmengen $S_1, ..., S_\ell \in \mathcal{F}$, $\ell \leq k$, enthält mit

$$\bigcup_{i=1}^{\ell} S_i = U \ .$$

Zeigen Sie, dass die Sprache

$$\text{Set-Cover} := \{\langle U, \mathcal{F} \rangle \mid \mathcal{F} \text{ enthält eine } k\text{-Überdeckung von U}\}$$

in $NP$ liegt.