Christian Schindelhauer

Freiburg, den 19. Januar 2007
Besprechung ab dem 22. Januar 2007

Übungen zur Vorlesung
Informatik-III
Winter 2006/2007
Blatt 11

Zur Erinnerung:
$A \leq_{m,p} B$, A ist in Polynom-Zeit auf B reduzierbar, bedeutet: Es gibt eine in Polynom-Zeit berechenbare Funktion $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$, sodass für alle w:

$$w \in A \Leftrightarrow f(w) \in B$$

AUFGABE 40:
Zeigen Sie, dass RUCKSACK $\mathcal{NP}$-vollständig ist, indem Sie 3-SAT darauf polynomiell reduzieren. Zeigen Sie dann per polynomieller Reduktion von RUCKSACK auf PARTITION, dass auch PARTITION $\mathcal{NP}$-vollständig ist.

RUCKSACK:
Gegeben: Natürliche Zahlen $a_1, a_2, \ldots, a_k \in \mathbb{N}$ und $b \in \mathbb{N}$.
Gesucht: Eine Teilmenge $I \subseteq \{1, 2, \ldots, k\}$ mit $\sum\limits_{i \in I} a_i = b$

PARTITION:
Gegeben: Natürliche Zahlen $a_1, a_2, \ldots, a_k \in \mathbb{N}$.
Gesucht: Eine Teilmenge $J \subseteq \{1, 2, \ldots, k\}$ mit $\sum\limits_{i \in J} a_i = \sum\limits_{i \notin J} a_i$.

AUFGABE 41:
Sei co-$\mathcal{NP} = \{L | \bar{L} \in \mathcal{NP}\}$. Zeige, dass $\mathcal{NP} =$ co-$\mathcal{NP}$ genau dann gilt, wenn es eine $\mathcal{NP}$-vollständige Sprache L gibt mit $\bar{L} \in \mathcal{NP}$.

AUFGABE 42:
Zeige, das unter der Annahme $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$ gilt: Jede Sprache $L \in \mathcal{P}$ mit $\emptyset \neq L \neq \Sigma^*$ ist $\mathcal{NP}$-vollständig.

AUFGABE 43:
Angenommen $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$. Zeigen Sie, dass es einen Algorithmus mit polynomieller Laufzeit gibt, der bei Eingabe einer booleschen Formel ϕ eine erfüllende Belegung der Formel ϕ findet.