Klausur

in

Informatik III

Name : ....

Matrikelnummer : ....

Studiengang : ....

Punkteverteilung (bitte freilassen!)

Aufgabe 1		von	25
Aufgabe 2		von	15
Aufgabe 3		von	15
Aufgabe 4		von	25
Aufgabe 5		von	10
Aufgabe 6		von	30
Zwischensumme		von	120
Bonuspunkte		von	14.000
Bonuspunkte/750		von	18
Summe		von	120

Note:

Die Klausur besteht aus 6 Aufgaben und 16 Seiten. Insgesamt können 120 Punkte erreicht werden. Bestanden ist die Klausur ab 60 Punkten. Bitte schreiben Sie auf jedes Blatt Ihre Matrikelnummer.
Zugelassene Hilfsmittel: Ein beidseitig und in eigener Handschrift beschriebener Zettel in der Grösse DIN A4. Weitere Hilfsmittel, insbesondere technische, sind nicht zugelassen!
Schreiben Sie Ihre Lösung bitte in die vorgesehenen Platzhalter. Sollte der Platz nicht ausreichen, erhalten Sie auf Anfrage weiteres Papier.

Aufgabe 1 **(25 Punkte)**

Betrachten Sie die Grammatik $G = (V, \Sigma, R, S)$. Es ist $V = \{A, S, X, Y, C\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und R ist gegeben durch:

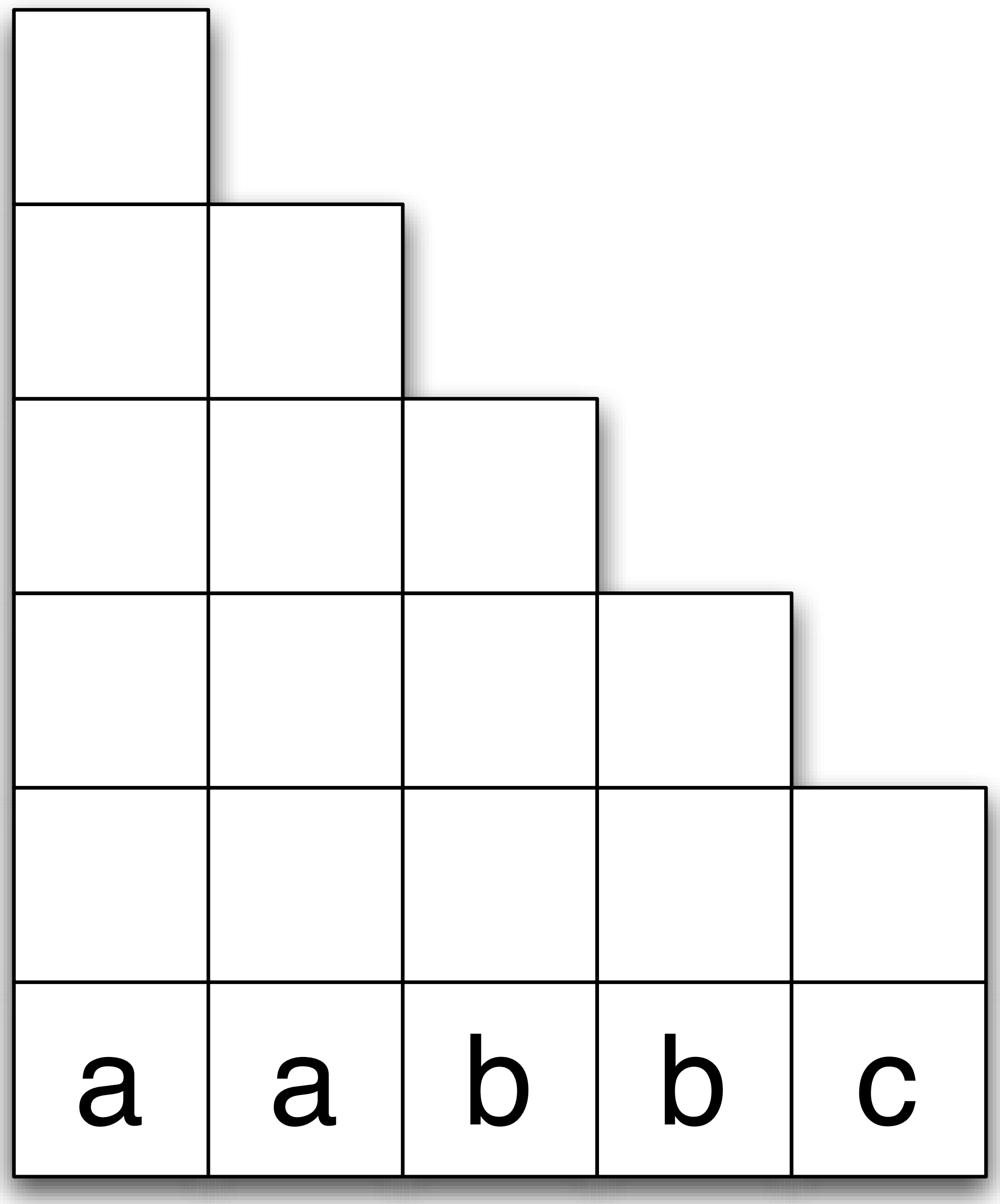
$$\begin{array}{lcll@{\qquad}lcll} S & \rightarrow & AX & \mid\ YC & A & \rightarrow & A\,a & \mid\ \epsilon \\ C & \rightarrow & c\,C & \mid\ \epsilon & X & \rightarrow & b\,X\,c & \mid\ \epsilon \\ Y & \rightarrow & a\,Y\,b & \mid\ \epsilon & & & & \end{array}$$

1. Formen Sie G in *Chomsky-Normalform* um. (10 Punkte)

Matrikelnummer:

Matrikelnummer: ______________________

2. Benutzen Sie den CYK-Algorithmus, um zu entscheiden, ob $aabbc$ in der durch G erzeugten Sprache ist. (15 Punkte)
   Ist $aabbc$ in L(G)? Ja: ☐ Nein: ☐



Aufgabe 2 (15 Punkte)

Geben Sie zu der folgenden Sprache

$$L = \{a^i b^{i^2} \mid i \in \mathbb{N}\}$$

über dem Alphabet $\{a, b\}$ an, ob sie

(a) regulär oder (5 Punkte)

(b) kontextfrei ist. (10 Punkte)

Beweisen Sie Ihre Aussage!

Matrikelnummer:

Aufgabe 3 (15 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Sprache

$$\text{HALT}_{\textit{Selbst}} = \{\langle M\rangle \mid \text{ DTM } M \text{ hält auf der Eingabe } \langle M\rangle\ \}$$

nicht entscheidbar ist.

Aufgabe 4 **(25 Punkte)**

Betrachten Sie folgende Sprache:

$$L = \{\langle M \rangle \mid M \text{ akzeptiert mindestens zwei Eingaben } \}$$

(a) Ist L entscheidbar? (10 Punkte)

(b) Ist L rekursiv aufzählbar? (15 Punkte)

Beweisen Sie Ihre Behauptungen.

Matrikelnummer:

Aufgabe 5 **(10 Punkte)**

Zeigen Sie, dass aus $A \in \mathcal{P}$ folgt $A \leq_{m,p} B$ für alle nicht trivialen Sprachen B.
Zur Erinnerung: Eine Sprache B ist trivial, wenn $B = \emptyset$ oder $\overline{B} = \emptyset$.

Matrikelnummer:

Aufgabe 6 (30 Punkte)

Sei G ein ungerichteter Graph. Ein Pfad heißt einfach, wenn er keine Kreise enthält. Betrachten Sie die Sprachen

$$\begin{aligned} \text{SPATH} &= \{\langle G, a, b, k\rangle \mid G \text{ enthält einen einfachen Pfad von Knoten } a \text{ nach Knoten } b \text{, der } \textit{höchstens } k \text{ Kanten hat } \} \\ \text{LPATH} &= \{\langle G, a, b, k\rangle \mid G \text{ enthält einen einfachen Pfad von Knoten } a \text{ nach Knoten } b \text{, der } \textit{mindestens } k \text{ Kanten hat } \} \end{aligned}$$

(a) Zeigen Sie, dass SPATH in $\mathcal{P}$ ist. (15 Punkte)

(b) Zeigen Sie, dass LPATH $\mathcal{NP}$-vollständig ist, indem Sie beispielsweise ausnutzen, dass das Problem des ungerichteten Hamiltonschen Pfades (UHAMPATH) $\mathcal{NP}$-vollständig ist. (15 Punkte)

$$\text{UHAMPATH} = \{\langle G, s, t\rangle \mid G \text{ enthält einen einfachen Pfad von s nach t, der jeden Knoten genau einmal besucht } \}$$

Matrikelnummer: