Prof. Dr. Christian Schindelhauer Freiburg i. Br., den 20.09.2007

Klausur

in

Informatik III

Name : ....

Matrikelnummer : ....

Studiengang : ....

Punkteverteilung (bitte freilassen!)

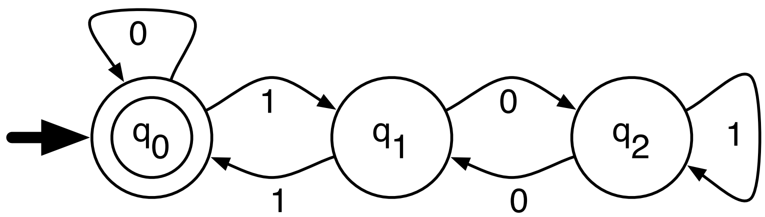
Aufgabe 1		von	20
Aufgabe 2		von	20
Aufgabe 3		von	20
Aufgabe 4		von	20
Aufgabe 5		von	15
Aufgabe 6		von	25
Zwischensumme		von	120
Bonuspunkte		von	14.000
Bonuspunkte/750		von	18
Summe		von	120

Note:

Die Klausur besteht aus 6 Aufgaben und 16 Seiten. Insgesamt können 120 Punkte erreicht werden. Bestanden ist die Klausur ab 60 Punkten. Bitte schreiben Sie auf jedes Blatt Ihre Matrikelnummer.
Zugelassene Hilfsmittel: Ein beidseitig und in eigener Handschrift beschriebener A4-Blatt. Weitere Hilfsmittel, insbesondere technische, sind nicht zugelassen!
Schreiben Sie Ihre Lösung bitte in die vorgesehenen Platzhalter. Sollte der Platz nicht ausreichen, erhalten Sie auf Anfrage weiteres Papier.

Aufgabe 1 **(20 Punkte)**

(a) Betrachten Sie folgenden endlichen Automaten und bestimmen Sie den äquivalenten regulären Ausdruck.



Matrikelnummer:

(b) Betrachten Sie den regulären Ausdruck

$$(01^*) \cup 1 \; .$$

Finden Sie einen nichtdeterministischen endlichen Automaten, der die zugehörige Sprache akzeptiert.

Matrikelnummer:

Aufgabe 2 (20 Punkte)

Geben Sie zu der folgenden Sprache

$$L = \{a^i b^j \mid i, j \in \mathbb{N} \text{ und } i < j\}$$

über dem Alphabet $\{a, b\}$ an, ob sie

(a) regulär oder (10 Punkte)

(b) kontextfrei ist. (10 Punkte)

Beweisen Sie Ihre Aussage!

Matrikelnummer:

Aufgabe 3 **(20 Punkte)**

Zeigen Sie für jede rekursive unäre Menge $A \subseteq 1^*$, dass die Kolmogorov-Komplexität des n-ten Elements x_n beschränkt ist durch

$$K(x_n) < n + c\,,$$

für eine Konstante c. Bezüglich der Reihenfolge der Elemente in $A = \{x_1, x_2, \ldots\}$ werden die Elemente der Länge nach sortiert, z.B.: $x_1 = 1, x_2 = 111, x_3 = 1111, \ldots$

Matrikelnummer:

Aufgabe 4 **(20 Punkte)**

Welche der folgenden Sprachen sind rekursiv aufzählbar, welche nicht? Beweisen Sie Ihre Behauptungen.

$$
\begin{aligned}
L_1 &= \{\langle M \rangle \mid M \text{ hält auf Eingabe } \langle M \rangle\} \\
L_2 &= \{\langle M, x \rangle \mid M \text{ hält nicht auf Eingabe } x\}
\end{aligned}
$$

Matrikelnummer:

Aufgabe 5 **(15 Punkte)**

Ein ungerichteter Graph besitzt einen Kreis, wenn es einen einfachen Pfad aus mindestens drei Knoten gibt, dessen Anfangs- und Endknoten miteinander verbunden sind. Ein Pfad ist einfach, wenn keine Knoten darin mehrfach vorkommen.

Betrachten Sie die Sprache CYCLE, die aus allen ungerichteten Graphen mit Kreisen besteht.

(a) Zeigen Sie, dass CYCLE in $\mathcal{NP}$ ist.

(b) Ist CYCLE in $\mathcal{P}$ oder ist es $\mathcal{NP}$-vollständig? Begründen Sie Ihre Aussage!

Matrikelnummer:

Aufgabe 6 **(25 Punkte)**

Eine k-Clique ist ein Graph aus k Knoten, in dem zwischen jedem Knotenpaar eine Kante existiert. Ein Graph besitzt eine k-Clique, wenn ein Teilgraph von G eine k-Clique ist. Betrachten Sie die Sprache

DOUBLE-CLIQUE = $\{\langle G, k\rangle$ | G enthält mindestens zwei k-Cliquen, die keinen gemeinsamen Knoten haben $\}$

(a) Zeigen Sie, dass DOUBLE-CLIQUE in $\mathcal{NP}$ ist. (15 Punkte)

(b) Zeigen Sie, dass DOUBLE-CLIQUE $\mathcal{NP}$-vollständig ist, indem Sie beispielsweise ausnutzen, dass CLIQUE $\mathcal{NP}$-vollständig ist. (15 Punkte)

CLIQUE = $\{\langle G, k\rangle$ | G enthält mindestens eine k-Clique $\}$