

Übungen zur Vorlesung
Informatik-III
Wintersemester 2007/2008
Blatt 5

Aufgabe 15 (2 Punkte für Vorrechnen)

Beweisen oder widerlegen Sie, dass

1. die kontextfreien Sprachen unter dem *-Operator abgeschlossen sind.
2. die kontextfreien Sprachen bezüglich Vereinigung abgeschlossen sind.
3. der Schnitt aus einer kontextfreien Sprache und einer regulären Sprache eine kontextfreie Sprache ist.

Aufgabe 16 (1 Punkt für schriftliche Lösung)

Betrachten Sie folgende Sprachen:

$$\begin{aligned}L_1 &= \{a^i b^j c^k \mid i \neq j\} \\L_2 &= \{a^i b^j c^k \mid i \neq k\} \\L_3 &= \{a^i b^j c^k \mid j \neq k\}\end{aligned}$$

1. Beweisen Sie, dass eine der Sprachen kontextfrei ist (was impliziert, dass alle kontextfrei sind).
2. Beschreiben Sie nun die Sprache $R = L_1 \cup L_2 \cup L_3$. Ist diese Sprache kontextfrei?
3. Beschreiben Sie nun die Sprache $K = \overline{R} \cap L(a^* b^* c^*)$. Ist diese Sprache kontextfrei?
4. Zeigen Sie nun, dass, falls die Aussage aus Aufgabe 15.3 wahr wäre, die kontextfreien Sprachen nicht unter Komplementbildung abgeschlossen sein könnten.

Aufgabe 17 (2 Punkte für Vorrechnen)

Beweisen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen, dass folgende Sprachen nicht kontextfrei sind.

1. $L_1 = \{a^{2^n} \mid n \geq 0\}$
2. $L_2 = \{w \in \{0, 1, 2, 3\}^* \mid w = 0^i 1^j 2^i 3^j, i > 0 \text{ und } j > 0\}$
3. $L_3 = \{w w^{\text{rev}} w \mid w \in \{0, 1\}^*\}$