

Übungen zur Vorlesung
Systeme-II
 Sommer 2006
 Blatt 4

AUFGABE 8:

Betrachten Sie ein byte-basiertes Protokoll der Sicherungsschicht mit einem Flag-Byte zwischen den Frames und Byte-Stopfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Byte falsch übertragen wird, werde mit p bezeichnet. Ferner sei die Frame-Länge mit n gegeben. Es werden insgesamt m Frames gesendet.

1. Bestimmen Sie die erwartete Anzahl von Byte-Fehlern.
2. Bestimmen Sie die erwartete Anzahl von überlesenen Frame-begrenzenden Flags.
3. Bestimmen Sie die erwartete Anzahl von falsch verstandenen Flags im Nutzdatenteil des Frames, wenn dort ein Flag-Byte mit Häufigkeit $1/256$ vorkommt.
4. Bestimmen Sie die erwartete Anzahl von falsch verstandenen Flags im Nutzdatenteil des Frames, wenn dort nur Flag-Bytes übermittelt werden.

Hinweis: Treten m Ereignisse mit Wahrscheinlichkeit von jeweils q auf, so ist die erwartete Anzahl von Ereignissen qm .

AUFGABE 9:
(Hamming-Schranke)

In dieser Aufgabe werden wir bestimmen, wie groß ein Code-Buch C mit Hamming-Distanz $d(C) = k$ höchstens sein kann. Wir betrachten Bitstrings/Zeichenketten der Länge n .

1. Bestimmen Sie für einen beliebigen Zeichenketten $x \in \{0, 1\}^n$ die Anzahl der Wörter $u \in \{0, 1\}^n$ mit $d(x, u) = t$ (Hinweis: Überlegen Sie sich, wieviele Möglichkeiten es gibt, t Bits zu invertieren).
2. Nun betrachten wir eine beliebige Zeichenketten $x \in \{0, 1\}^n$. Zeigen Sie, dass es höchstens einen legalen Code $u \in C$ geben kann mit $d(x, u) \leq \frac{k-1}{2}$.
3. Bestimmen Sie nun die Anzahl der Nachrichten, die zu einem bestimmten legalen Code höchstens den Hamming-Abstand $\lfloor \frac{k-1}{2} \rfloor$ besitzen (kein geschlossener Ausdruck notwendig).
4. Beweisen Sie nun die Hamming-Schranke für Code-Bücher mit $d(C) = k$:

$$|C| \cdot \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{k-1}{2} \rfloor} \binom{n}{i} \leq 2^n .$$

5. Wie groß kann nach der Hamming-Schranke ein Code-Buch für $n = 8$ und $k = 3$ maximal sein?
6. Versuchen Sie einen möglichst gutes Code-Buch für die Parameter $n = 8$ und $k = 3$ zu erstellen.