Systeme II

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Rechnernetze und Telematik
Prof. Dr. Christian Schindelhauer

Christian Schindelhauer

Sommersemester 2007

5. Vorlesungswoche

14.05.-18.05.2007

schindel@informatik.uni-freiburg.de

Systeme II
Kapitel 3
Sicherungsschicht

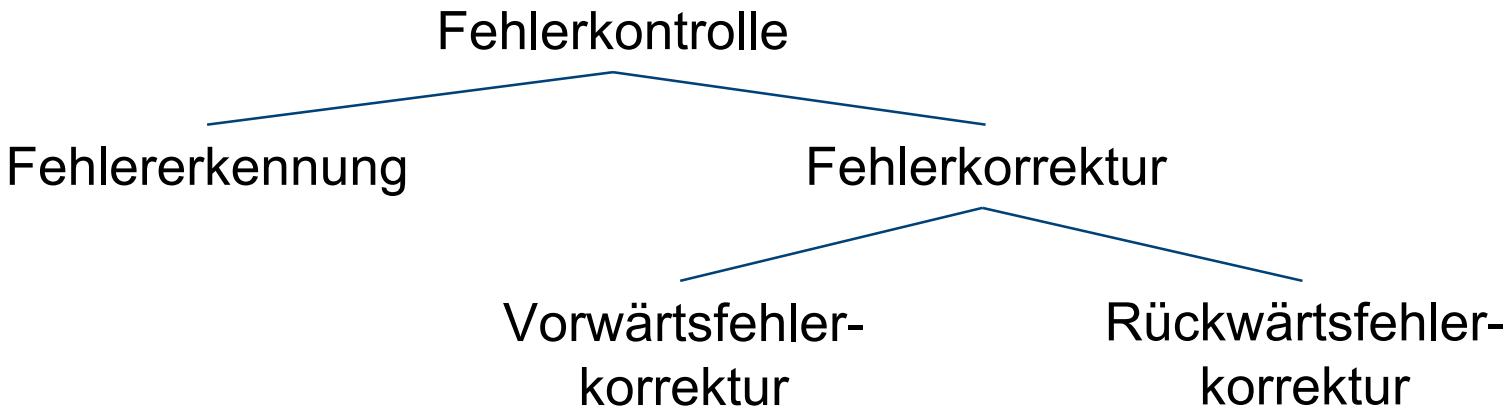
Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Rechnernetze und Telematik
Prof. Dr. Christian Schindelhauer

Einige Folien aus diesem Kapitel
sind aus der Vorlesung „Computer Networks“
von Holger Karl (Universität Paderborn)
übersetzt und „entliehen“ worden

Fehlerkontrolle

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Institut für Informatik
Rechnernetze und Telematik
Prof. Dr. Christian Schindelhauer

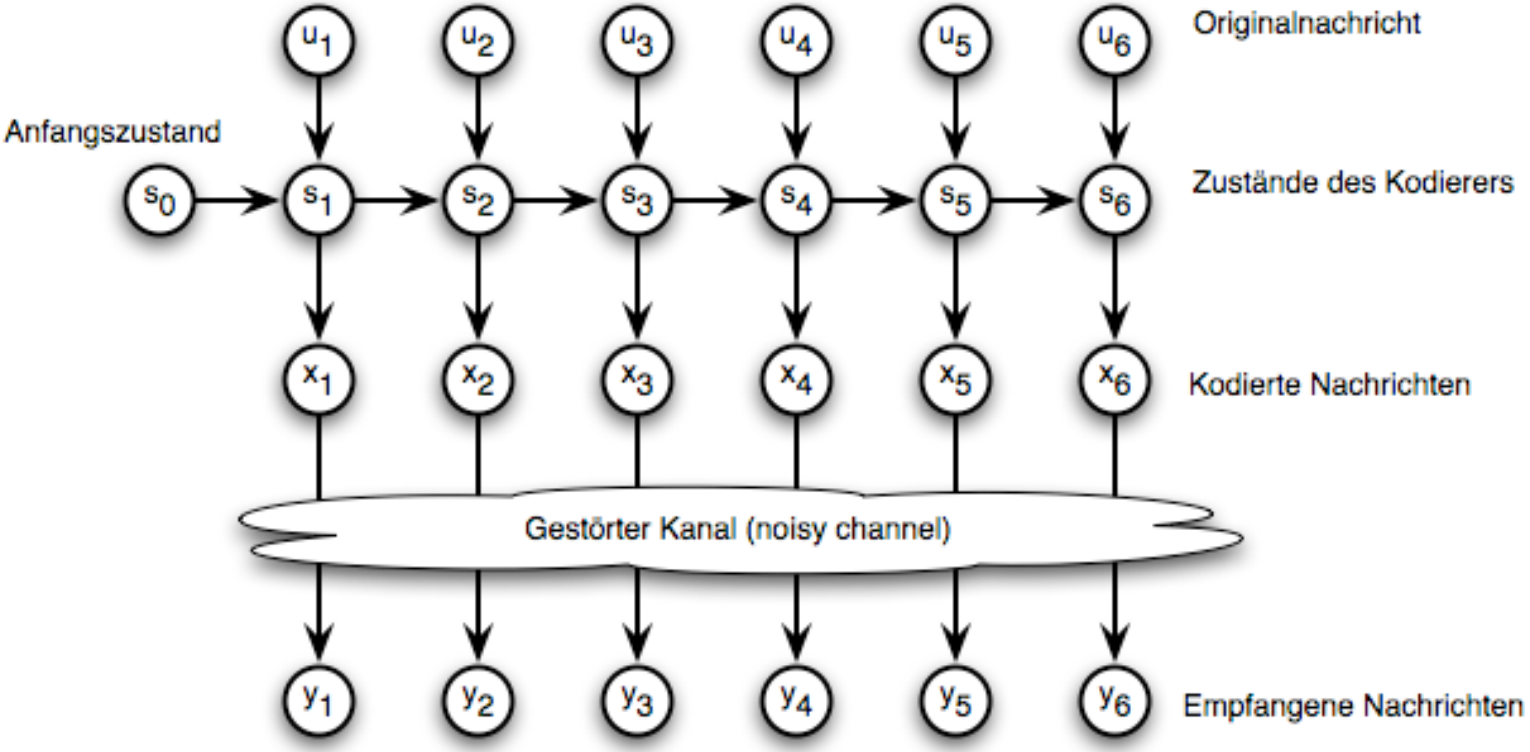
- **Zumeist gefordert von der Vermittlungsschicht**
  - Mit Hilfe der Frames
- **Fehlererkennung**
  - Gibt es fehlerhaft übertragene Bits?
- **Fehlerkorrektur**
  - Behebung von Bitfehlern
  - Vorwärtsfehlerkorrektur (Forward Error Correction)
    - Verwendung von redundanter Kodierung, die es ermöglicht Fehler ohne zusätzliche Übertragungen zu beheben
  - Rückwärtsfehlerkorretur (Backward Error Correction)
    - Nach Erkennen eines Fehlers, wird durch weitere Kommunikation der Fehler behoben



Faltungs-Codes

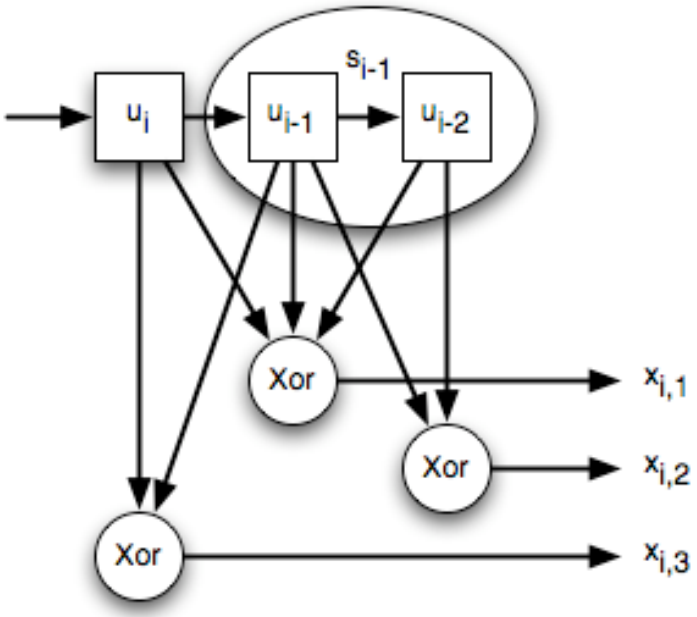
Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Institut für Informatik
Rechnernetze und Telematik
Prof. Dr. Christian Schindelhauer

- **Faltungs-Codes (Convolutional Codes)**
  - Daten und Fehlerredundanz werden vermischt.
  - k Bits werden auf n Bits abgebildet
  - Die Ausgabe hängt von den k letzten Bits und dem internen Zustand ab.

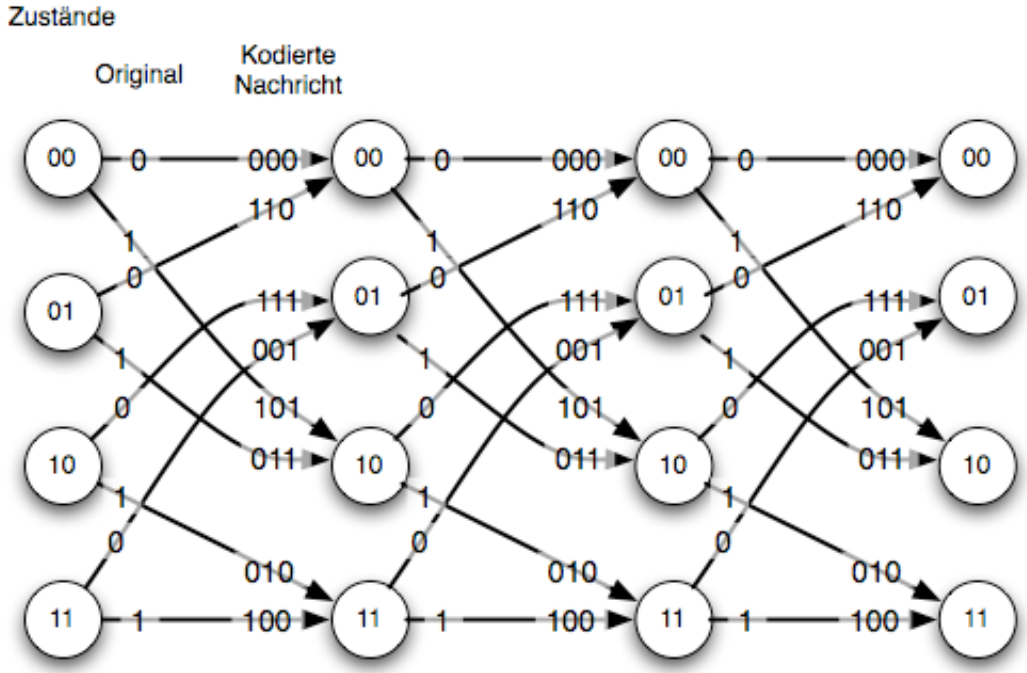


Beispiel

Faltungs-Kodierer



Trellis-Diagramm

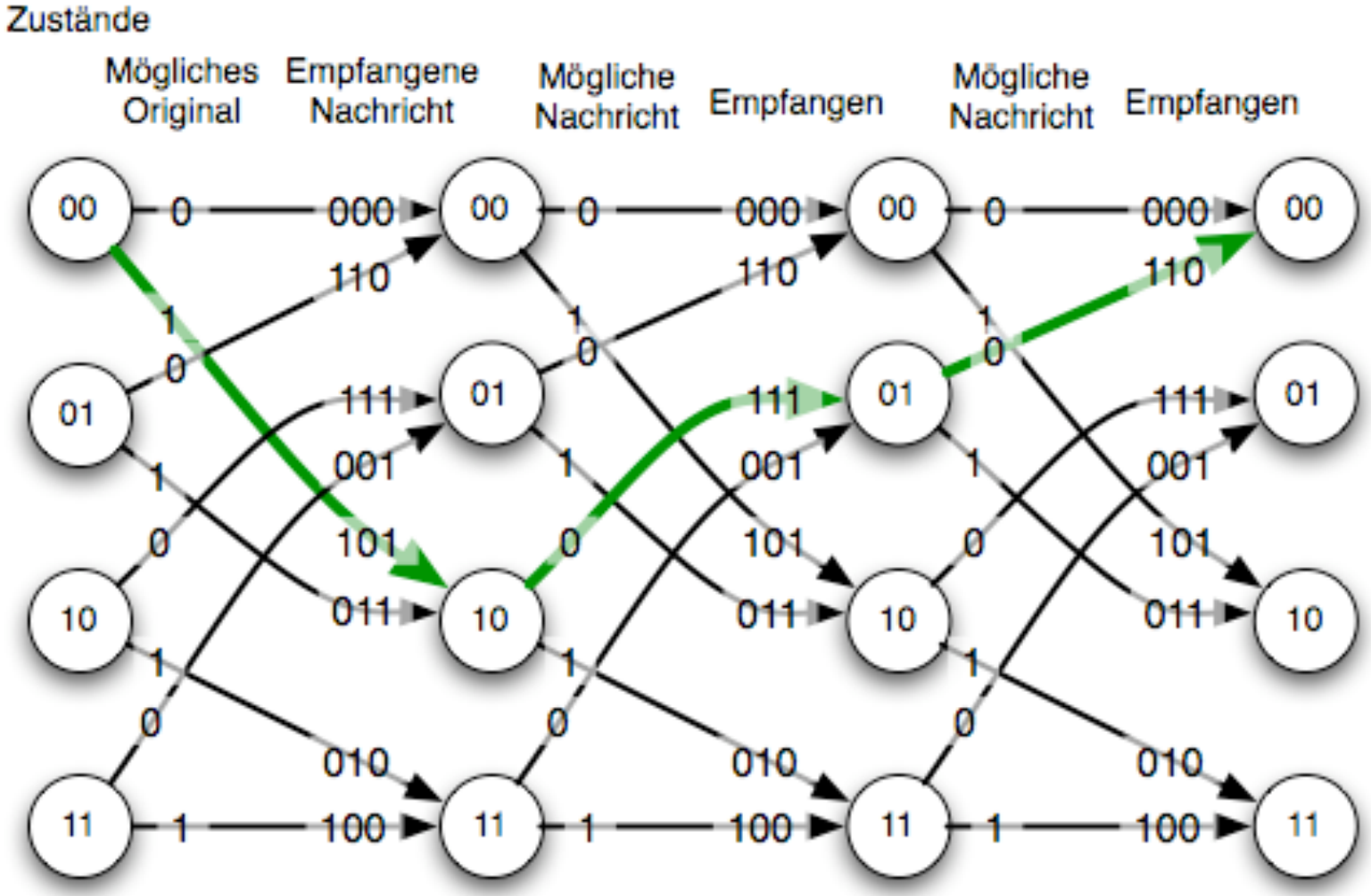


Dekodierung der Faltungs-Codes: Algorithmus von Viterbi

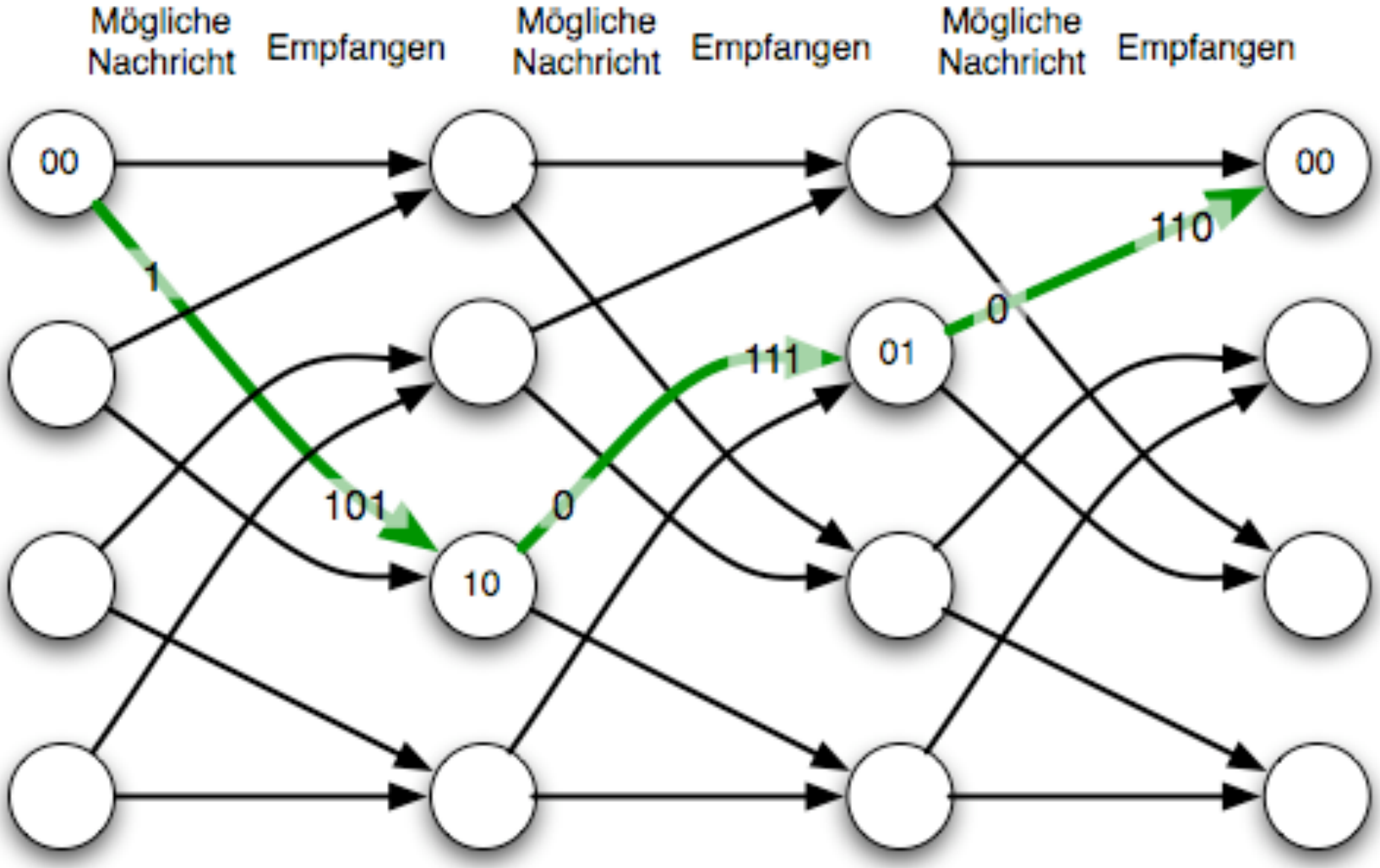
Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Institut für Informatik
Rechnernetze und Telematik
Prof. Dr. Christian Schindelhauer

- **Dynamische Programmierung**
- **Zwei notwendige Voraussetzungen für Dekodierung**
  - (für den Empfänger) unbekannte Folge von Zuständen
  - beobachtete Folge von empfangenen Bits (möglicherweise mit Fehler)
- **Der Algorithmus von Viterbi bestimmt die warscheinlichste Folge von Zuständen, welches die empfangenen Bits erklärt**
  - Hardware-Implementation möglich

Dekodierung (I)

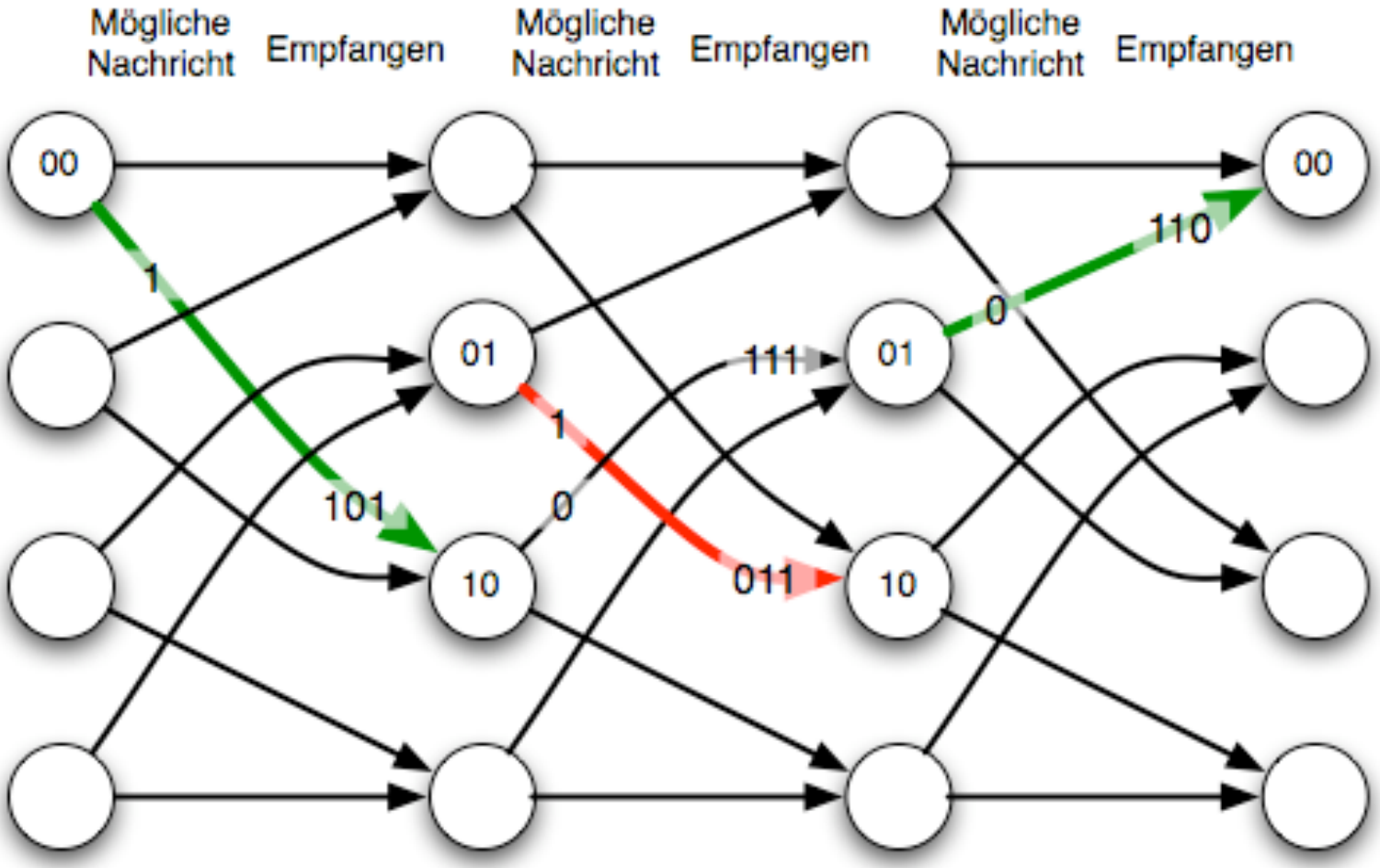


Dekodierung (II)



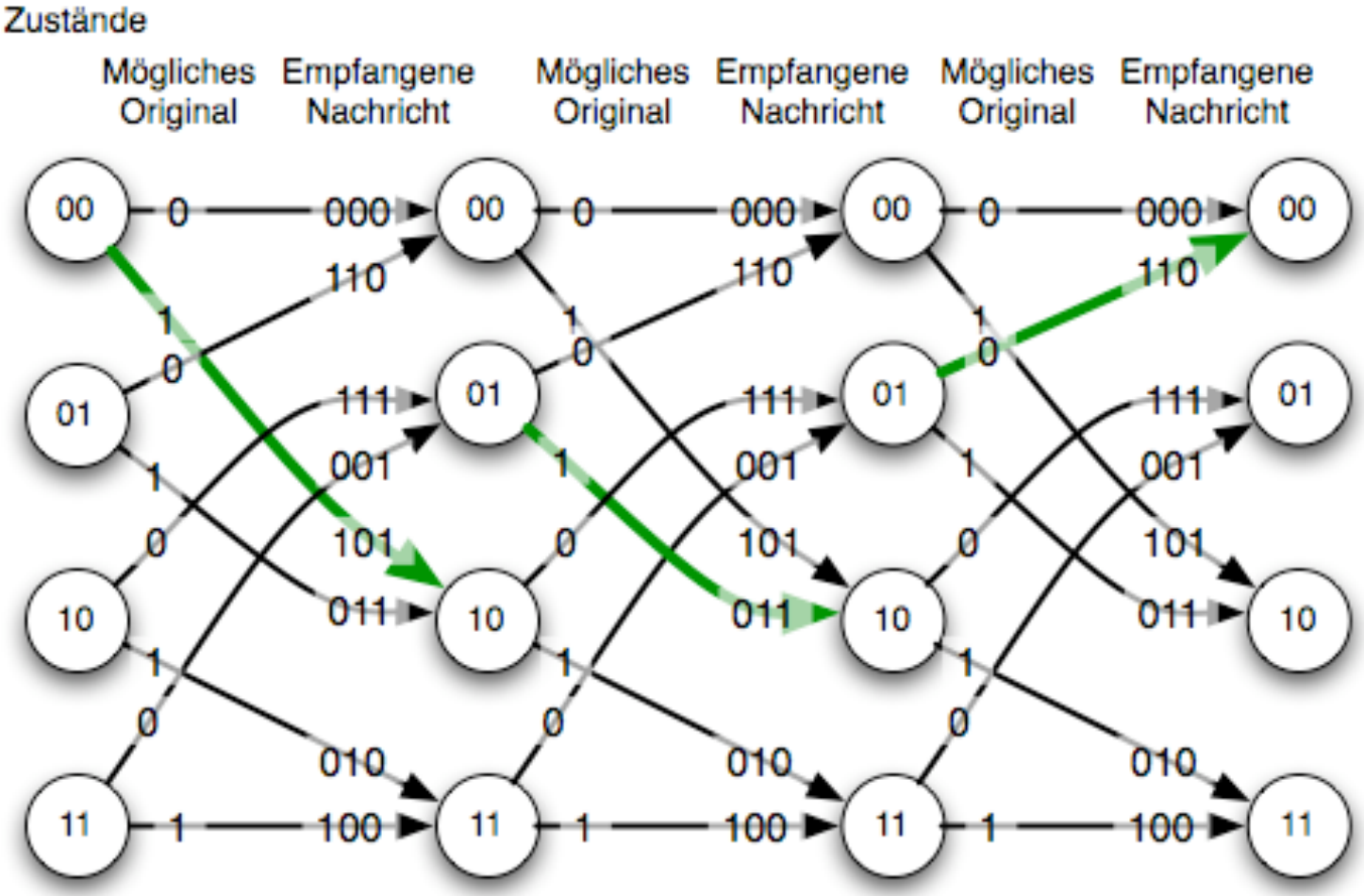
Dekodierung (III)

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Institut für Informatik
Rechnernetze und Telematik
Prof. Dr. Christian Schindelhauer



Dekodierung (IV)

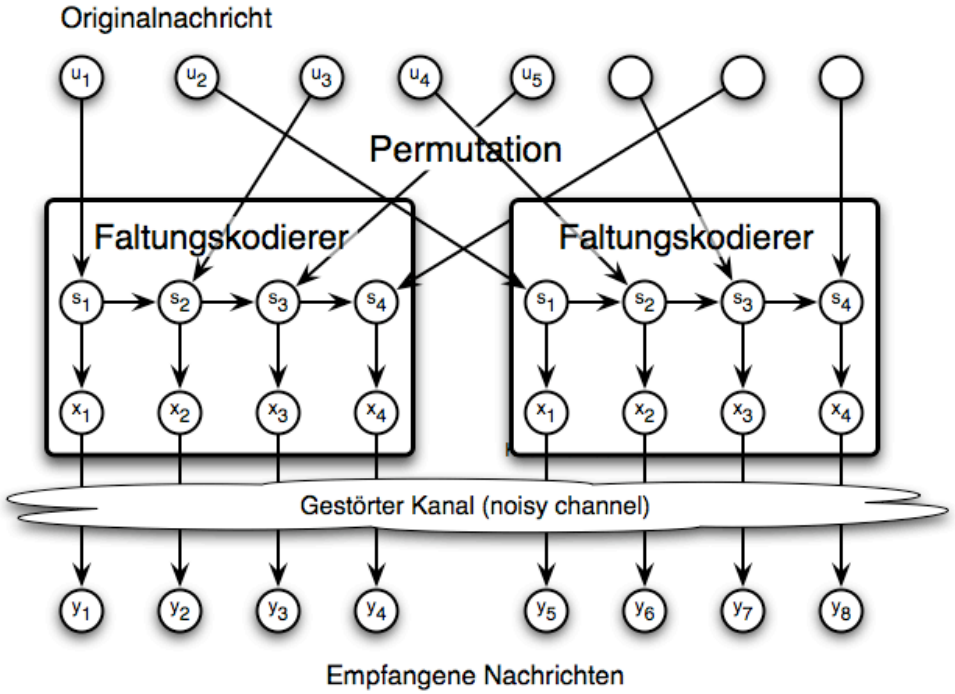
Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Institut für Informatik
Rechnernetze und Telematik
Prof. Dr. Christian Schindelhauer



Turbo-Codes

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Institut für Informatik
Rechnernetze und Telematik
Prof. Dr. Christian Schindelhauer

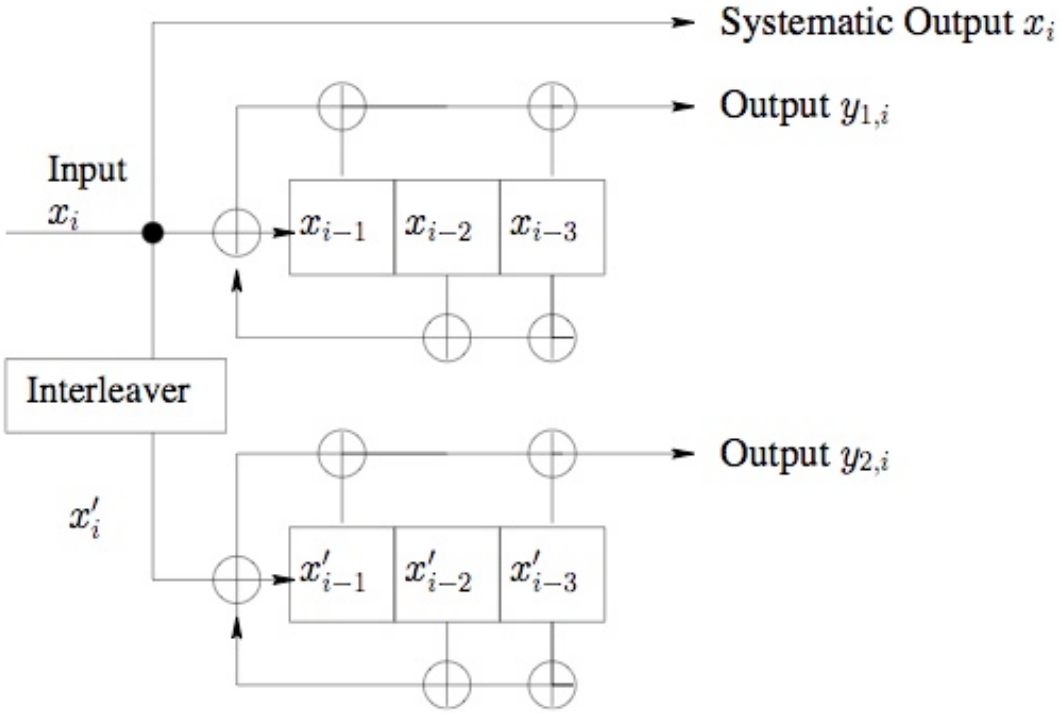
- **Turbo-Codes sind wesentlich effizienter als Faltungs-Codes**
  - bestehen aus zwei Faltungs-Codes welche abwechselnd mit der Eingabe versorgt werden.
  - Die Eingabe wird durch eine Permutation (Interleaver) im zweiten Faltungs-Code umsortiert



Turbo-Codes

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Institut für Informatik
Rechnernetze und Telematik
Prof. Dr. Christian Schindelhauer

- **Beispiel:**
  - UMTS Turbo-Kodierer
- **Dekodierung von Turbo-Codes ist effizienter möglich als bei Faltungscodes**
- **Kompensation von Bursts**



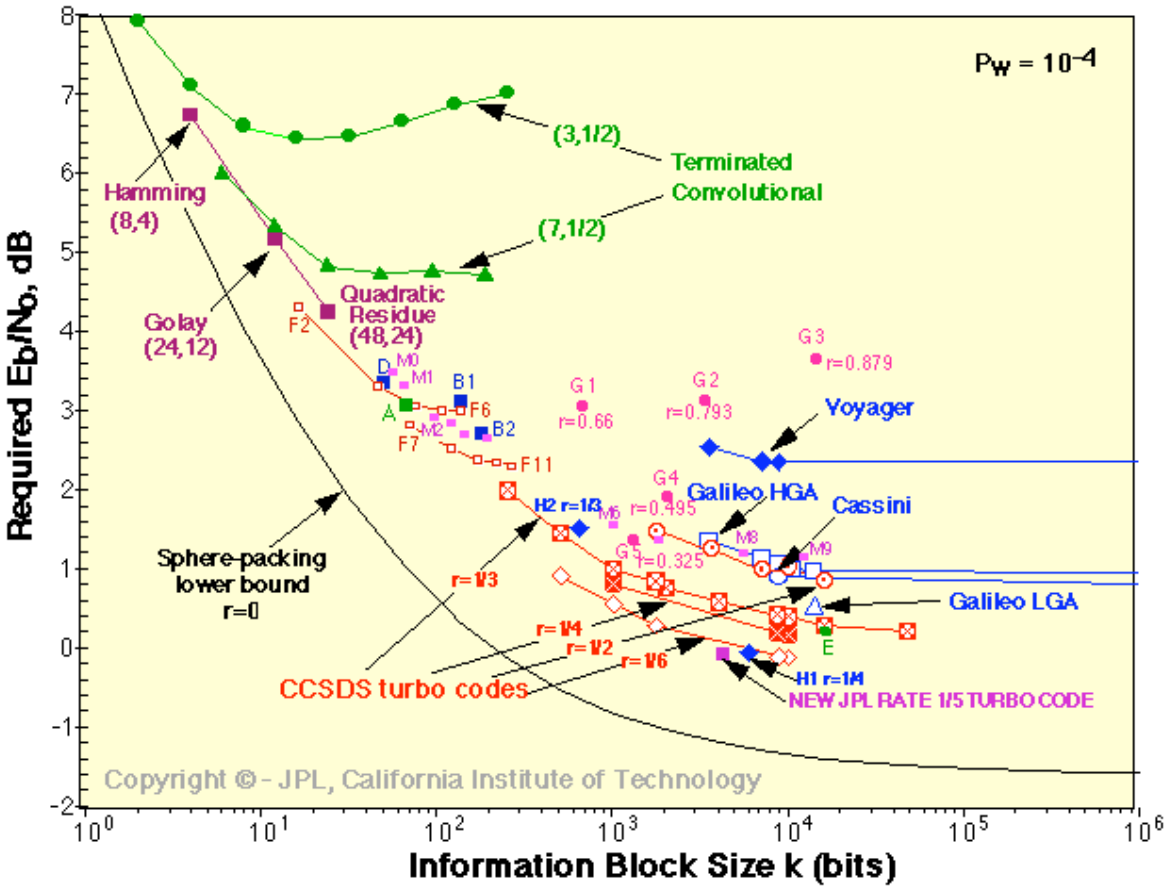
Interleavers

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Institut für Informatik
Rechnernetze und Telematik
Prof. Dr. Christian Schindelhauer

- **Fehler treten oftmals gehäuft auf (Bursts)**
  - z.B.: Daten: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F
  - mit Fehler: 0 1 2 3 **? ? ? ? ?** 9 A B C D E F
- **Dann scheitern klassische Kodierer ohne Interleavers**
  - Nach Fehlerkorrektur (zwei Zeichen in Folge reparierbar):
    0 1 2 3 4 5 **?** 7 8 9 A B C D E F
- **Interleaver:**
  - Permutation der Eingabekodierung:
    0 1 2 3
    4 5 6 7
    8 9 A B
    C D E F
  - z.B. Row-column Interleaver:
    0 4 8 C 1 5 9 D 2 6 A E 3 7 B F
  - mit Fehler: 0 4 8 C **? ? ? ? ?** 6 A E 3 7 B F
  - Rückpermutiert: 0 **? ?** 3 4 **?** 6 7 8 **?** A B C D **?** F
  - nach FEC: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

Codes im Vergleich

- **Code-Rate versus Signal-Rausch-Verhältnis**
  - Stand 1998: (www331.jpl.nasa.gov/public/AllCodesVsSize.GIF)



Fehlererkennung: CRC

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Institut für Informatik
Rechnernetze und Telematik
Prof. Dr. Christian Schindelhauer

- **Effiziente Fehlererkennung: Cyclic Redundancy Check (CRC)**
- **Praktisch häufig verwendeter Code**
  - Hoher Fehlererkennungsrate
  - Effizient in Hardware umsetzbar

- **Beruht auf Polynomarithmetik im Restklassenring Z_2**
  - Zeichenketten sind Polynome
  - Bits sind Koeffizienten des Polynoms

Rechnen in Z_2

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Institut für Informatik
Rechnernetze und Telematik
Prof. Dr. Christian Schindelhauer

- **Rechnen modulo 2:**

- **Regeln:**
  - Addition modulo 2 Subtraktion modulo 2 Multiplikation modulo 2

A	B	A + B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

A	B	A - B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

A	B	A · B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

  - Beispiel: $0 + (1 \cdot 0) + 1 + (1 \cdot 1) =$

Polynomarithmetik modulo 2

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Institut für Informatik
Rechnernetze und Telematik
Prof. Dr. Christian Schindelhauer

- **Betrachte Polynome über den Restklassenring Z_2**
  - $p(x) = a_n x^n + \ldots + a_1 x^1 + a_0$
  - Koeffizienten a_i und Variable x sind aus $\in \{0,1\}$
  - Berechnung erfolgt modulo 2

- **Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division von Polynomen wie gehabt**

Zeichenketten und Polynomarithmetik

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Institut für Informatik
Rechnernetze und Telematik
Prof. Dr. Christian Schindelhauer

- **Idee:**
  - Betrachte Bitstring der Länge n als Variablen eines Polynoms

- **Bit string: $b_n b_{n-1} \ldots b_1 b_0$**
  Polynom: $b_n x^n + \ldots + b_1 x^1 + b_0$
  - Bitstring mit (n+1) Bits entspricht Polynom des Grads n

- **Beispiel**
  - A xor B = A(x) + B(x)
  - Wenn man A um k Stellen nach links verschiebt, entspricht das
    - $B(x) = A(x)\, x^k$

- **Mit diesem Isomorphismus kann man Bitstrings dividieren**

Polynome zur Erzeugung von Redundanz: CRC

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Institut für Informatik
Rechnernetze und Telematik
Prof. Dr. Christian Schindelhauer

- **Definiere ein Generatorpolynom *G(x)* von Grad *g***
  - Dem Empfänger und Sender bekannt
  - Wir erzeugen g redundante Bits
- **Gegeben:**
  - Frame (Nachricht) M, als Polynom M(x)
- **Sender**
  - Berechne den Rest der Division $r(x) = x^g M(x) \bmod G(x)$
  - Übertrage $T(x) = x^g M(x) + r(x)$
    - Beachte: $x^g M(x) + r(x)$ ist ein Vielfaches von G(x)
- **Empfänger**
  - Empfängt m(x)
  - Berechnet den Rest: m(x) mod G(x)

CRC Übertragung und Empfang

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Institut für Informatik
Rechnernetze und Telematik
Prof. Dr. Christian Schindelhauer

- **Keine Fehler:**
  - T(x) wird korrekt empfangen
- **Bitfehler: T(x) hat veränderte Bits**
  - Äquivalent zur Addition eines Fehlerpolynoms E(x)
  - Beim Empfänger kommt T(x) + E(x) an
- **Empfänger**
  - Empfangen: m(x)
  - Berechnet Rest m(x) mod G(x)
  - Kein Fehler: m(x) = T(x),
    - dann ist der Rest 0
  - Bit errors: $m(x) \bmod G(x) = (T(x) + E(x)) \bmod G(x)$
    $= \underbrace{T(x) \bmod G(x)}_{0} + \underbrace{E(x) \bmod G(x)}_{\text{Fehlerindikator}}$

CRC – Überblick

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Institut für Informatik
Rechnernetze und Telematik
Prof. Dr. Christian Schindelhauer

Sender

Kanal

Empfänger

Original Frame M(x)

Generator Polynom G(X)

$r(x) = x^g M(x) \bmod G(x)$

Sende $T(x) = x^g M(x) + r(x)$

Addiert Fehlerpolynom E(x)

Empfang: m(x) = T(x) + E(x)

Berechnet Rest (T(x) + E(x)) mod G(x)

Falls Rest = 0 : Kein Fehler

If Rest $\neq$ 0: Fehler!

Kein Fehler:
E(x) = 0

Der Generator bestimmt die CRC-Eigenschaften

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Institut für Informatik
Rechnernetze und Telematik
Prof. Dr. Christian Schindelhauer

- **Bit-Fehler werden nur übersehen, falls E(x) ein Vielfaches von G(x) ist**

- **Die Wahl von G(x) ist trickreich:**

- **Einzel-Bit-Fehler: $E(x) = x^i$ für Fehler an Position i**
  - G(x) hat mindestens zwei Summenterme, dann ist E(x) kein Vielfaches
- **Zwei-Bit-Fehler: $E(x) = x^i + x^j = x^j (x^{i-j} + 1)$ für i>j**
  - G(x) darf nicht $(x^k + 1)$ teilen für alle k bis zur maximalen Frame-Länge
- **Ungerade Anzahl von Fehlern:**
  - E(x) hat nicht (x+1) als Faktor
  - Gute Idee: Wähle (x+1) als Faktor von G(x)
    - Dann ist E(x) kein Vielfaches von G(x)
- **Bei guter Wahl von G(x):**
  - kann jede Folge von r Fehlern erfolgreich erkannt werden

CRC in der Praxis

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Institut für Informatik
Rechnernetze und Telematik
Prof. Dr. Christian Schindelhauer

- **Verwendetes irreduzibles Polynom gemäß IEEE 802:**
  - $x^{32} + x^{23} + x^{16} + x^{12} + x^{11} + x^{10} + x^8 + x^7 + x^5 + x^4 + x^2 + x + 1$

- **Achtung:**
  - Fehler sind immer noch möglich
  - Insbesondere wenn der Bitfehler ein Vielfaches von G(x) ist.

- **Implementation:**
  - Für jedes Polynom x^i wird $r(x,i)= x^i \bmod G(x)$ berechnet
  - Ergebnis von B(x) mod G(x) ergibt sich aus
  - $b_0\, r(x,0) + b_1\, r(x,1) + b_2\, r(x,2) + \ldots + b_{k-1}\, r(x,k-1)$
  - Einfache Xor-Operation

Ende der 5. Vorlesungswoche

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Rechnernetze und Telematik
Prof. Dr. Christian Schindelhauer

Systeme II

Christian Schindelhauer
schindel@informatik.uni-freiburg.de